

ポリアの問題解決—いかにして問題をとくか—

1. 問題を理解すること

- ・未知なものは何か？
- ・与えられているもの（データ）は何か？
- ・条件は何か？
- ・条件を分解せよ。
- ・条件を満たすことはできるか？
- ・問題の中に矛盾点は、余分な要素はあるか？
- ・できるなら図を描け。適当な記号を導入せよ。

2. 計画を立てること

- ・与えられているもの（データ）と未知なものとのつながりはないか？
- ・以前に同じような問題、似たような問題に出会ってないか？
- ・類似の、関連のある問題を知らないか？
- ・似た例題、似た結果、似た方法で使えそうなものは？
- ・役立つような定理や方法を知らないか？
- ・与えられているもの（データ）は全部使ったか？
- ・問題が解けそうにないなら
 - ・似たような、せめて関係してそうな問題をさがせ。そいつはもっと一般的だったり、もっと特殊だったり、類似の問題だったりするだろう。
 - ・条件の一部だけ使って、残りは捨ててみよ。そうしてみても、解き方は変わるだろうか？
 - ・ひょっとすると補助問題や補助変数が必要なのかもかもしれない。

3. 計画を実行すること

- ・解答の計画を実行するときに、各段階を検討せよ。
- ・間違っていないと証明できるか？もしできないなら計画を修正するにはどうすればいい？

4. ぶりかえってみること

- ・一般的な方法やアイデアが何かあったか？
- ・結果をためすことができるか。議論をためすことができるか
- ・結果をちがった仕方で見ちびくことができるか。それを一目のうちに捉えることができるか。
- ・他に問題にその結果や方法を応用することができるか。

算数科の問題解決 ↔ ポリアの問題解決

- | | | | |
|---------|---|---------------|-------------|
| 1. 問題把握 | ← | 1. 問題を理解すること | 2. 計画を立てること |
| 2. 自力解決 | ← | 3. 計画を実行すること | |
| 3. 学びあい | ← | | |
| 4. まとめ | ← | 4. ぶりかえってみること | |

ポリアの「いかにして問題をとくか」

1. 問題を理解すること

問題を理解しなければならない。

○未知のものは何か。与えられているもの（データ）は何か。条件は何か。

○条件を満足させうるか。

条件は未知のものを定めるのに十分であるか。または、不十分であるか。または、余剰であるか。矛盾しているか。

○図をかけ。適当な記号を導入せよ。

○条件の各部を分離せよ。それを書き表すことができるか。

2. 計画を立てること

データと未知のものとの関連を見つけなければならない。関連がすぐわからなければ補助問題を考えなければならない。そうして解答の計画を立てなければならない。

○前にそれをみたことがないか。同じ問題を少しちがった形で見ることがないか。

○似た問題を知っているか。

○役に立つ定理を知っているか。

○未知のものをよく見よ。そして、未知のものが同じかまたは、よく似ている見慣れた問題を思い起こせ。

○似た問題ですでに解いた事のある問題がここにある。それを使うことができないか。その結果を使うことができないか。その方法を使うことができないか。それを利用するためには、何か補助要素を導入すべきではないか。

○問題を言い換えることができるか。それをちがったいい方をする事ができないか。

○定義にかえれ。

○もし与えられた問題が解けなかったならば、何かこれと関連した問題を解こうとせよ。

○もっと易しくてこれに似た問題は、考えられないか。

○もっと一般的な問題は？もっと特殊な問題は？類推的な問題は？

○問題の一部を解くことができるか。

○条件の一部を残し、他をすてよ。そうすればどの程度まで未知のものが定まり、どの範囲で変わりうるか。

○データを役立たせうるか。

○未知のものを定めるのに適当な他のデータを考えることができるか。

○未知のものもしくはデータ、あるいは必要ならば、その両方を変えることができるか。そして、新しい未知のもの、新しいデータとが、もっと互いに近くなるようにできないか。

○データをすべてをつかったか。

○条件のすべてをつかったか。

○問題に含まれる本質的な概念は、すべて考慮したか。

3. 計画を実行すること

計画を実行せよ。

○解答の計画を実行するときに、各段階を検討せよ。

その段階が正しいことをはっきりと認められるか。

4. 振り返ってみること

得られた答えを検討せよ。

○結果を試すことができるか。

○議論を試すことができるか。

○結果をちがった仕方でも導くことができるか。それを一目で捉えることができるか。

○ほかの問題にその結果や方法を応用することができるか。