

数と計算の領域における基本的な考え方

「数と計算」の領域は、数および計算の「原理」に裏付けされた「アルゴリズム」として子どもたちに獲得させることが大切である。

1. イメージ化

○時間的経過に従って、動作化をしたりして場面の様子や情景をイメージし、絵や図や言葉で表現する。それが立式や問題の解決につながる。ほとんどは、映像的イメージである。

○イメージ化のレベル

レベル4：教科書のモデル化した文章でイメージ化ができる。

レベル3：教科書のモデル化した文章と動作化でイメージ化ができる。

レベル2：文章を生活経験に密着した内容にし、しかも、におい・色・形など五感に訴える内容を加味し、その上で動作化をしてイメージ化ができる。

レベル1：具体物や絵などで視覚的にとらえさせ、しかも、文章を生活経験に密着した内容にし、その上、におい・色・形など五感に訴える内容を加味し、そして動作化をしてイメージ化ができる。

○イメージ化を助けるもの

①動作化

②内容の具体化

③具体物や半具体物による視覚化・映像化

これらは、映像的イメージである。

○イメージ化は、あらゆる場面で問題解決の重要な手立てとなる。高学年における思考実験にもつながる。具体物や半具体物を示して分かり易く子どもたちに提示することが、いつもよいとは限らない。簡単な場面からイメージ化の練習をすることは、大切である。

○イメージ化のイメージは、ほぼ映像的イメージである。ブロック操作や数え棒での操作は、イメージの表現と考えることができる。(映像的表現)

低学年におけるイメージ化を育てる授業の具体

①単にモデル化した内容を示すのではなく、生活経験に密着した内容にし、しかも、におい・色・形など五感に訴える内容を加味する。そうやってイメージを強調することで問題把握を確実にすることができる。(具体的な絵や実物を示せば、イメージできなくなる。)

(例1) 葉っぱの上にかえるが2ひきいます。となりの葉っぱにもかえるが3ひきいます。あわせてなんびきになるでしょう。



葉っぱの上に元気なかえるが2ひきいます。となりの葉っぱにも元気なかえるが3ひきいます。あわせてなんびきになるでしょう。

(例2) おさらに、おいしいチョコレートケーキが2つあります。おばさんからおいしいチョコレートケーキを3つもらいました。みんなでなんこになったでしょう。



おさらに、丸くておいしいチョコレートケーキが2つあります。おばさんから丸くておいしいチョコレートケーキを3つもらいました。みんなでなんこになったでしょう。



おさらに、丸くていちごののったおいしいチョコレートケーキが2つあります。おばさんから丸くていちごののったおいしいチョコレートケーキを3つもらいました。みんなでなんこになったでしょう。

- ②問題は、動作化させながらゆっくりと読んで提示する。特に数字の部分は、止まったりして強調する。問題を黒板に掲示したり、視覚的に提示したり、子どもに文を読ませたりするのは、時間的経過に従ってイメージすることを妨げ、思考の流れ止めることになるので注意が必要である。ゆっくりと読んで、イメージを膨らませることが大切である。

赤い大きなアサガオが5つ（止まる）さきました。青い大きなアサガオが3つ（止まる）さきました。あわせて（特にゆっくり言う。）いくつさいたのでしょうか。

- ③イメージがしっかりできているか確かめるために振り返らせるような発問をする。
「いまの5つってなんの5?」「あわせた8つとは、なんの8?」
- ④低学年においては、出てくる数値が少なく、また簡単なので、ほとんど板書は必要としない。しかし、板書が、必要な場合もある。その場合は、できるだけ簡潔にかくことが重要である。

赤 アサガオ 5つ
青 アサガオ 3つ

※時間的経過を意識することを妨げないようにする。

2. 動作化

- 場面の様子や情景をイメージし、動作化することによって演算決定したりする。
- すべての領域で活用できる。量と測定の領域などにおいて概念をとらえる場合などは有効である。
- 動作化は、1つの表現である。
できない子どもにとっては、イメージ化を助ける。
できる子どもにとっては、自分の考えを表現する手立てとなる。
だから、すべての子どもたちにとって、有効に働くと考える。
- 動作化は、量的なものも意識させて表現させることが大切である。
→線分図においてもいえることである。
- 動作化は、問題解決のための重要な手立てである。
 - ①認識や思考をつなげたり、深めたりする手段となる。
 - ②理解が深まったり、自分独自の表現や理解につながる。
 - ③見ただけ、ちょっと考えただけでは理解できないことから動作化することで理解していくヒントとなる。
- 動作化は、「こうすべきである」とか「これがいい」とかいう問題ではなく、子どもと指導者とで作り上げればよい。
- 教師が前で子どもと向き合って、動作を行う場合、動きが逆になることに注意する必要がある。

演算決定における動作化の例

- 「たし算」——おはじきを「おへそ」の方へ動かす。身体の中へ包み込むように動かす。
- 「ひき算」——おはじきを「おへそ」の方から離す。身体の外へ動かす。
- 四則演算の8種類を動作化によって区別することによって、演算決定をする。

たし算：増加・合併
ひき算：求残・求差
かけ算：いくつ分・何倍
わり算：等分除・包含除

※その他「グラフのかき方」「面積」「体積」「重さ」などいろいろ考えられる。

3. ブロック操作

①操作の3段階

1. 具体的操作（活動的レベル・筋肉を動かして理解する段階）
 - ①具体物を実際に使い、場面の様子をできるだけ具体的に設定して考える。
↓
 - ②具体物を半具体物（ブロック）に置き換え、場面の様子を象徴的かつ単純化して考える。
 - ・この時、「ブロックのならべ方」「場面の設定の仕方」が重要である。
 - また、「ブロックの動かし方」すなわち「ブロックを動かした『結果』」ではなくブロックを動かしていく『過程』も重要である。
 - ・数学的に優れている方法を習得させる必要がある。
 - ・この段階の内容が、次のステップに大きく影響する。
2. 念頭操作（映像的レベル・イメージを追い、念頭化する段階）
 - ・頭の中に「ブロック」をイメージ（映像化）して、考える操作である。
 - ・「1」の段階において、子どもの方から「ブロックを使わないでもできるよ」とか「ブロック使うのが面倒だ」とか「頭の中にブロックがあるよ」とか言う言葉が出てくるように導きたい。
3. 内面的操作（記号的レベル・抽象的に、記号でわかる段階）
 - ・抽象的操作ともいわれ、頭の中で記号化しておこなう操作である。
 - ・われわれ大人が、頭の中でおこなっている操作である。
 - ・「2」の段階を繰り返す事によって、自然とこのレベルになっていく。
 - ・無理に教師側から記号化すると、失敗する。
 - ・「もっと、はやくやってみよう」とか「もっと、はやくする方法はないか」とか発問して子どもたちに考えさせるとよい。子どもの計算スピードが、速くなると記号的レベルに達したと考えてよい。
 - ・「ブロックを使わないでも、もうできるからだいじょうぶ。」と子どもの口から出るぐらいまで、ブロック操作をおこなう。

②1年生におけるブロック操作

○ブロック操作は、1対1対応の段階から取り組み、加減計算につなげていかなければならない。それぞれの数字と量のイメージを結びつけるため「5の形」「6の形」として、ブロックの並べ方を統一する。

(5の形) ○○○○○ (6の形) ○○○○○
○

形でとらえられるように、画用紙の表と裏に以下のような図を書き、繰り返し子どもに、「何の形かな？」と問いかけ定着を図る工夫も必要。(フラッシュカード)



○「ふえたりへったり」や「いくつといくつ」の単元では減少する場合は特に、減らすブロックに注意する必要がある。

Ex. 「7は 2と 5」 7 は 2 と 5
① ② ③ ④ ⑤ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦
⑥ ⑦

このように、必ず前からへらし、「2」なら2つまとめて前からとるなどの形をとる。操作を統一することにより、

- ①数え引きをなくす。
- ②一つの方法を提示することで子どもが、簡便な方法を自ら見つけることができる。
- ③イメージ化に役立つ。(念頭操作)

○ブロックの操作は、結果ではなく「どのブロックをどのように動かしたか。」という過程が大切である。なぜなら、操作自体、子どもの思考そのものであるからである。自分がどのようにブロックを操作したかを説明できるようにさせたい。

○念頭操作で困った時にはブロックにもどるということを意識させることが大切である。

※数字とブロックを結びつけるポイントは、「ブロックの形で数をとらえさせる」「ブロックの位置もきめる」ことである。

③1年生における計算の思考過程

具体物（かえる）—情景描写・イメージ化・映像化・動作化

↓

半具体物（ブロック）操作—イメージ化・動作化

|

→ **ブロック操作の様子を図にかいてみよう。** ○○○→ ←○○（映像化→絵画化）

↓

※時間的経過に従って動いているもの（映像）を1枚の絵に表現する。

ブロックとブロック操作と数と式を結びつける。

|

$$\begin{array}{ccccccc} & \text{○○○} & \rightarrow & & \leftarrow & \text{○○} & \\ & \uparrow\downarrow & & \uparrow\downarrow & & \uparrow\downarrow & \\ & 3 & & + & & 2 & = 5 \end{array}$$

↓

ブロックを使わないで頭の中にブロックを思い浮かべて、動かして計算してみよう。

|

念頭操作

↓

できなければ、ブロック操作にもどる。

（繰り返して練習）

↓

頭の中がどうなっているかわからないので、頭の中の様子を図にかいてみよう。

$$\text{○○○} \rightarrow \leftarrow \text{○○}$$

※ブロックの様子をかいた図と同じになるが、前者は、具体的なブロックの動きをかいているだけである。

後者は、頭の中に思い描いたものをかいている。これが**情景図**である。

※どの学年どの単元でもいえることだが、時間的経過に従った映像的イメージを1枚の絵として絵画的イメージに変換することが困難な子どもがいると考えられる。そういう子どもが、テープ図や線分図などが描きにくくなる。

※時間的経過を分断して、順番に絵に描かせていくことが重要である。

4. 十進位取り記数法

小学校学習指導要領解説「算数編」には、

10 個のまとまりができたとき、それを新しい一つのもので置き換えて表すという考えである。これを繰り返して行うことによって、どんな大きな数でも、10 種類の数字を用いて表すことができるようになる。この十進位取り記数法は、ものの集まりを分類整理して数えやすくするという発想から考えられたものとみることができる。

これは、次の事柄を基本的な原理として数をかき表す方法をとっているといえることができる。

①それぞれの単位の個数が 10 になると新しい単位の置き換える。(十進法の考え)

②それぞれの単位を異なる記号を用いて表すかわりに、これを位置の違いで示す。(位取りの考え)

この記数法の仕組みによると、どのような大きさの数を表す場合でも、用いる数字は、0~9 の 10 個でよいことになる。

と記されている。

これを子どもたちにわかりやすく説明するには、たとえば、

1. 数は、0 から 9 までの数字を使って、かく場所によって意味を表す。「に」になったり「にじゅう」になったり「にひゃく」になったりする。
2. 数字が、どの場所にかいてあるかを示すために「0」を使う。「20」「200」というようにかく。
(「0」は、このほかに「なにもない」ことを表すためにも使う。)
3. 場所によって意味がちがうから 計算は、同じ場所どうし(同じ位どうし)で計算しよう。
4. 計算をしながら位をはみ出したり、足らなくなったりして、困ったら、となりの位と相談しよう。どんな相談をしたらよいか考えよう。(繰り上がり・繰り下がり)
5. 筆算は、同じ位どうしを縦に並べるようにしよう。同じ位どうし計算するのだから。
のようになる。

(例)

T: (黒板に「2」「3」と書く。) どちらが大きいでしょう。

C: 「3」

T: どうしてかな? 「2」ですよ。先生は「20」のつもりで書いたのですがね。

C: それだったら「2」の横に「0」をかかなければわからない。

T: どうして「0」を書かなければいけないのでしょうか。

C: 10 の位の 2 だとはわからない。

C: 何の位の「2」かわからない。

C: どの場所に「2」と書いているのか分からない。

(意見交換する中で、話をまとめていく。)

(まとめ)

1. 数は、0 から 9 までの数字を使って、かく場所によって意味を表す。「に」になったり「にじゅう」になったり「にひゃく」になったりする。
2. 数字が、どの場所にかいてあるかを示すために「0」を使う。「20」「200」というようにかく。

※数を考えるときは、例えば「256」は、「にひゃくごじゅうろく」と捉えるときと、「百が2」「十が5」「一が6」というように捉えるときがある。

5. 分類整理の考え方

- ①「共通点、相違点を見つけながら分類整理」または、「分類整理することによって、共通点や相違点を見つける」ことによって、きまりとか性質などを見つけていくこと。
- ②公式を導き出したり、意味を理解したり、性質を見つけたりする学習によく使われる。
- ③十進位取り記数法の考え方から分類整理の考え方が導かれている。
(十の位・百の位・千の位別々に考えていこうとする考え方。)

数は、書く場所によって意味が変わる。同じ「2」でも「にじゅう」になったり「にひゃく」になったりする。だから計算は、同じ位どうし計算しよう。「十の位」の数は、「十の位」で「百の位」の数は、「百の位で」別々に分けて計算しよう。足らなくなったり、はみ出したりしたときは、となりの位と相談しよう。どんな相談をしたらよいかよく考えよう。(数と計算の領域)

- ④図形領域での活用範囲も広い。
図形の種類整理→分類整理の観点を明確にする。→図形の特徴や性質が明らかになる。

(例1) ひきざんの意味を理解する学習場面

T: 9-3の問題を作ってみよう。

C-作問。発表ボードに書く。8種類ぐらい。

T: いろいろできましたね。これを2つの仲間に分けてみよう。できるかな。

C-試行錯誤しながら分ける。(分類)

C-意見交換をする。(修正)(整理)

T: 分けられましたね。違いを説明しましょう。

C: おはじきが12個必要な仲間と9個でいい仲間。

C: ちがいのひき算とのこりのひき算

(例2) 整数の見方を学習する場面

T: 1から20までの数を2つに分けてみよう。

C-観点を決め、2種類に分ける。いろいろな分け方をする。→発表

T: いろいろな分け方ができましたね。観点をしっかり決めることが大切です。

T: (偶数と奇数に分けたものを指して)次は〇〇さんのようなわけ方について勉強します。

(例3) 十進位取り記数法をもとにした整数・小数の四則演算の学習場面

- ・計算は、数を分類整理して同じ位どうしで計算するという考え方。
- ・それぞれの位で、その位をこえたり、その位では足りなかったりしたときは、隣の位を使って何とかしようという考え方。(繰り上がり、繰り下がりの方)

(例4) 立体の学習場面

いろいろな立体模型を各自が、適当に分類する。

↓

分類の観点を話し合い、修正しながら整理していく。

↓

観点がしっかりしていて客観性がある分類は、すべて認める。

↓

すべて認めた上で、本単元の指導に適したわけ方を選択する。



それぞれの構成要素を取り上げ位置関係や性質について考えさせる。

→面や辺の平行と垂直など

6. 単位の考え方

- ①何を単位にしてそれがいくつ分あるかという考え方。
- ②うまく「単位」を決めると、既習の学習内容を使って新しい課題を簡単に解決することができる。
- ③分数や小数の計算においては、うまく「単位」を決めて計算すると整数と同じように考えて計算できる。
- ④計算の仕方を考える学習によく使われる考え方である。
- ⑤十進位取り記数法の考え方から単位の考え方が導かれている。
- ⑥量と測定領域での活用範囲も広い。

(例1) 分数の計算の学習場面

$\frac{2}{7} + \frac{3}{7}$ の計算 $\frac{1}{7}$ を単位にすると $\frac{2}{7}$ は、 $\frac{1}{7}$ が2こ。
 $\frac{3}{7}$ は、 $\frac{1}{7}$ が3こ。
あわせると $\frac{1}{7}$ が、5こ。だから答えは、 $\frac{5}{7}$

(例2) 小数の計算の学習場面

2.5 + 0.3 の計算 0.1 を単位にすると 2.5 は、0.1 が25こ
0.3 は、0.1 が3こ
25こ + 3こ = 28こ
0.1 が28こ。だから答えは、2.8

(例3) たし算の学習場面

34 + 12 の計算 10 を単位にすると 30 は、3こ
10 は、1こ
3こ + 1こ = 4こ 10 が4こで40
4 + 2 = 6
あわせて46

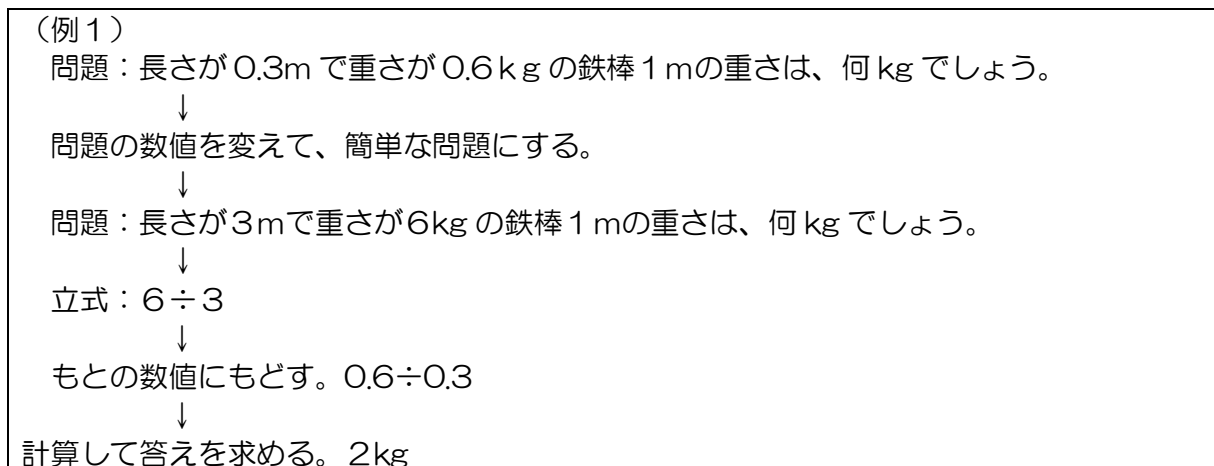
(例4) 面積や体積の学習場面

1cm^2 や 1cm^3 を単位にしてそれがいくつ分あるかということで面積や体積を表すことを考える。

※「単位の考え方」は、加減計算においては、マスターキーとして大いに活用できるが、乗除計算においては、かなりむずかしい場合がある。指導に当たっては、十分注意する必要がある。

7. 整数比の考え方（形式不易の考え方）

- ①文章題の立式を考えると、大きな整数や分数や小数を簡単な整数に置き換えて立式する考え方。
- ②多様な場面で活用できる。



※いろいろな場面での活用が考えられる。5・6年では、特に活用範囲が広い。昔からよく使われている考え方である。

(算数の授業を別の角度からながめると)

1. 課題

- 場面設定によって、イメージや、思考の方向性が変わる。
- 数値によって、難易度、目的が変わる。

教科書の内容を変えない。

2. 最初のイメージをもつ。

- 個人差が大きい。 知っているということ。

できない子：イメージ化を助ける。
できる子：説明のときの手段。

時間的経過に従って

動作化
五感に訴える内容を加味
ブロック操作
数え棒操作

3. イメージ化する。

より詳細に より鮮明に より具体的に

映像的（動的）イメージ

これがむずかしい。

4. 絵や図に表す。

絵画的（静的）イメージ

○ 情景図

↓
テープ図

↓
線分図
(+・-)

↓
関係図

↓
構造図・数直線図

↓
面積図
(×・÷)

関係図的線分図もある。

5. 記号化

式・答え→数値化

- 技能・知識・理解

1. 具体物

↓
2. 半具体物の操作（ブロック操作）

↓
3. 念頭操作→図・絵

↓
— ↓ — ここまで

4. 記号化